Sahline A.S :2007/2008

# Devoir de contrôle N°2

Classe $4^{ème}sc$

Durée : 2.h

## Exercice N°1: ( 3 pts )

Choisir la réponse correcte

1/ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sin x$ alors f réalise une bijection de I sur $[-1,1]$ où

a) $I=[0,2\pi]$ b) $I=[0,\pi]$ c) $I=\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

2/ La primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x\mapsto x\cos x$, qui prend la valeur 1 en 0 est :

a) $x\mapsto \frac{x^2}{2}\sin x+1$ b) $x\mapsto x\sin x+\cos x$ c) $x\mapsto \cos x - x\sin x$

3/ Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tel que $\vec{v}=-2\vec{u}$ et $\|\vec{v}\|=2$. Le réel $\vec{u}.\vec{v}$ est égale à

a) $-2$ b) $2$ c) $4$

4/ Soit A, B et C trois points non alignés. Le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ est :

a) normale au plan ABC b) Directeur du plan (ABC) c) Directeur à la droite (BC)

## Exercice N°2: ( 4 pts )

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ et $\zeta$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

Le graphique ci-joint représente une partie de la courbe $\zeta$ et la droite D d'équation y = x

La partie représentée de $\zeta$ admet une tangente horizontale en O et deux asymptotes d'équations respective x = -1 et x = 1

Utiliser le graphique pour répondre aux questions

1/a) Déterminer $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f dans $]-2,2[$ ( On ne cherchera pas à déterminer ni f(2) ni f(-2)

c) Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x)=x$ dans $[-2,2]$

2/ Soit g la restriction de f à $[0,1[$

a) Vérifier que g réalise une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

b) Soit $\zeta'$ la courbe représentative de la fonction réciproque de g . Tracer $\zeta'$ dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$

## Exercice N°3: ( 3 pts )

Soit $f : x \mapsto \dfrac{2x}{x+\sqrt{x^2-1}}$

1) Déterminer $D_f$.
2) Vérifier que pour tout $x \in D_f$ , $f(x) = 2x^2 - 2x\sqrt{x^2-1}$.
3) Montrer que f admet des primitives sur ]-õ;-1[.

Déterminer la primitive F de f sur ]-õ;-1[ telle que $F(-2) = \dfrac{2}{3}$

## Exercice N°4: ( 5 pts )

Soit f la fonction définie sur [ 1, +õ [ par $f(x)= \sqrt{x-1}+1$ .

Soit $(\zeta_f)$ sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O,Å,Å).

1) a- Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   b- Prouver que f est dérivable sur ] 1 , +õ [ et calculer f '(x).
2) a- Dresser le tableau de variation de f.
   b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter le résultat obtenu.

   Tracer $(\zeta_f)$ .

3)a/ Montrer que f réalise une bijection de [ 1, +õ [ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b/ Calculer $f^{-1}(3)$. Montrer que $f^{-1}$ est dérivable en 3 et calculer $(f^{-1})'(3)$

c/ Tracer $\zeta_{f^{-1}}$ la courbe représentative de $f^{-1}$ dans le même repère

## Exercice N°5: ( 5 pts )

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on donne les points A( 1, 1, -2 ) ; B( 1, 2, -2 ) et C( 0, 1, 1 ).

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ et déduire que les points A, B et C définissent un plan P

b) Déterminer une équation cartésienne de P

2/ Soit Q le plan perpendiculaire à (AC) passant par A

a) Donner une équation cartésienne de Q
b) Montrer que P et Q sont perpendiculaires suivant (AB)

3/ Soit S l'ensemble des points M( x, y, z ) tels que : $x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z+4=0$

a) Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre I et le rayon R
b) Caractériser $S\cap P$
c) Calculer la distance d la distance du point I à la droite (AB)
d) Déduire la position relative de (AB) et S

**Classe : $4^{ème}sc_1$**

**Nom :**

**Prénom :**

**Numéro :**